

Parabola

(Considerazioni qualitative)

Ripasso di matematica

Manolo Venturin

~~~ 1 ~~~

# Obiettivo (corso Analisi Matematica 1)

- Ripasso sull'equazione della parabola
- Disegno della parabola (zeri / vertice / concavità)
- Esempi

# Donazione

Se apprezzi le mie slide, considera di fare una donazione per supportare il mio lavoro.

Grazie!



# Le coniche

In geometria, l'intersezione della superficie di un cono con un piano genera una conica

Le coniche sono (con l'importanza per il corso di Matematica 1):

- **La parabola** (importantissima)
- **Il cerchio** (capita solo nelle diseq. con i numeri complessi o in Matematica 2)
- **L'ellisse** (poco importante)
- **L'iperbole** (interessa solo l'iperbole equilatera)

# Le coniche

Le coniche sono **curve non funzioni**

- Le funzione associano ad una “ $x$ ” una sola “ $y$ ”
- Ad esempio, il cerchio è una curva e non una funzione perché ad un valore della “ $x$ ” associa al più due valori della “ $y$ ”
- Non va confuso il concetto di funzione con quello di equazione

In questo video parleremo della **parabola**

# Parabola

La parabola ha equazione

$$y = ax^2 + bx + c$$

La parabola è anche una funzione

Non lo è la parabola con asse lungo l'asse "x" di equazione

$$x = ay^2 + by + c$$

# Parabola: disegno

- intersezione con l'asse  $y$ , ovvero il punto  $(0, c)$ ;
- segno di  $a$ :
  - se  $a > 0$  ha concavità verso l'alto  $\smile$
  - se  $a < 0$  ha concavità verso il basso  $\frown$
- intersezioni con l'asse  $x$ , ovvero si risolve l'equazione  $ax^2 + bx + c = 0$ 
  - se  $\Delta > 0$  allora ci sono due intersezioni con l'asse  $x$ :  $(x_1, 0)$  e  $(x_2, 0)$
  - se  $\Delta = 0$  allora c'è una sola intersezione con l'asse  $x$ :  $(x_{1,2}, 0)$  e coincide con il vertice della parabola
  - se  $\Delta < 0$  allora c'è nessuna intersezione con l'asse  $x$ 
    - se  $a > 0$  la parabola sta sopra l'asse  $x$
    - se  $a < 0$  la parabola sta sotto l'asse  $x$
- vertice della parabola: calcolo dell'equazione con  $x = -\frac{b}{2a}$  (capita poco)

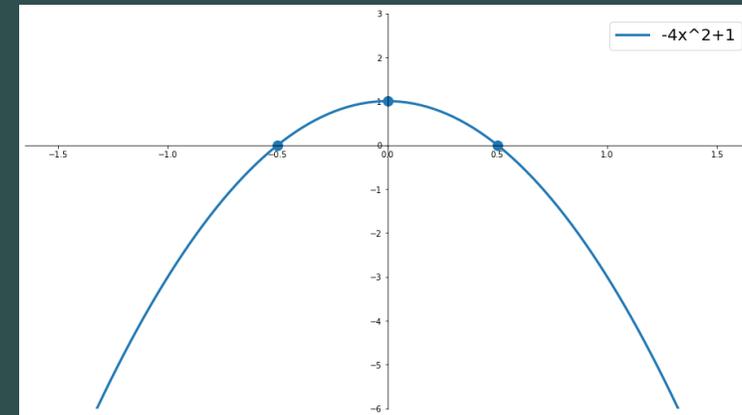
# Esempio 1

Disegnare la parabola  $y = 1 - 4x^2 = -4x^2 + 1$

## Soluzione

- per  $x = 0 \implies y = 1 \implies (0, 1)$
- $a = -4 < 0 \implies \frown$
- $\Delta = 0^2 - 4 \cdot (-4) \cdot 1 = 16 > 0$  e quindi due radici reali:

$$x_{1,2} = \frac{-0 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot (-4)} = \pm \frac{1}{2}$$



# Esempio 2

Rappresentare graficamente le seguenti parabole

1.  $y = x^2 - 1$

2.  $y = x^2$

3.  $y = x^2 + 1$

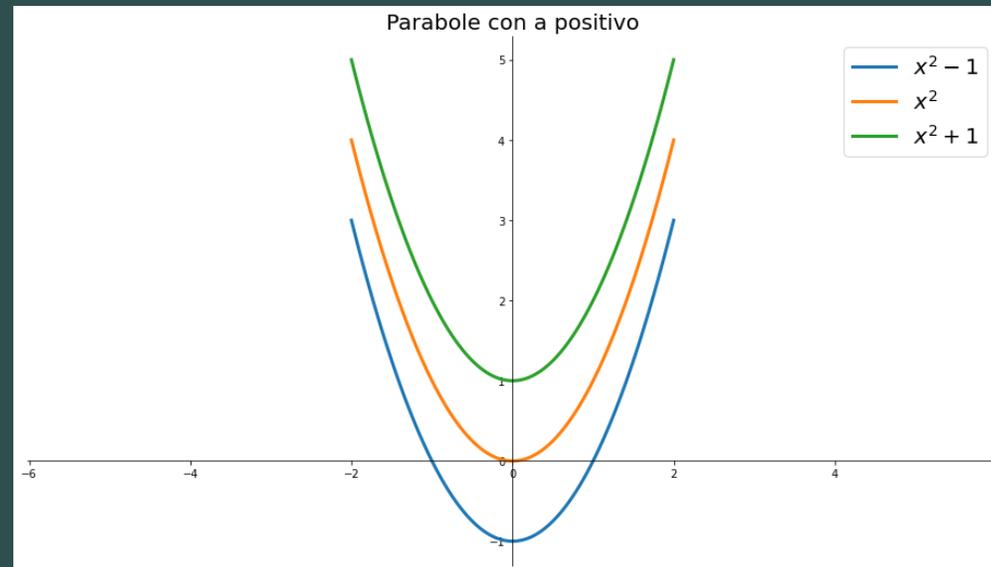
## Soluzione

La seguente tabella riassume le caratteristiche delle parabole

|              | $y = x^2 - 1$     | $y = x^2$      | $y = x^2 + 1$        |
|--------------|-------------------|----------------|----------------------|
| Segno di $a$ | $a > 0$           | $a > 0$        | $a > 0$              |
| $\Delta$     | $\Delta = 4 > 0$  | $\Delta = 0$   | $\Delta = -4 < 0$    |
| N. radici    | 2 radici reali    | 1 radice reale | Nessuna radice reale |
| Radici       | $x_{1,2} = \pm 1$ | $x_{1,2} = 0$  | —                    |

# Esempio 2

|              | $y = x^2 - 1$     | $y = x^2$      | $y = x^2 + 1$        |
|--------------|-------------------|----------------|----------------------|
| Segno di $a$ | $a > 0$           | $a > 0$        | $a > 0$              |
| $\Delta$     | $\Delta = 4 > 0$  | $\Delta = 0$   | $\Delta = -4 < 0$    |
| N. radici    | 2 radici reali    | 1 radice reale | Nessuna radice reale |
| Radici       | $x_{1,2} = \pm 1$ | $x_{1,2} = 0$  | —                    |



# Esempio 3

Rappresentare graficamente le seguenti parabole

1.  $y = -2x^2 - x$

2.  $y = -4x^2 + 4x - 1$

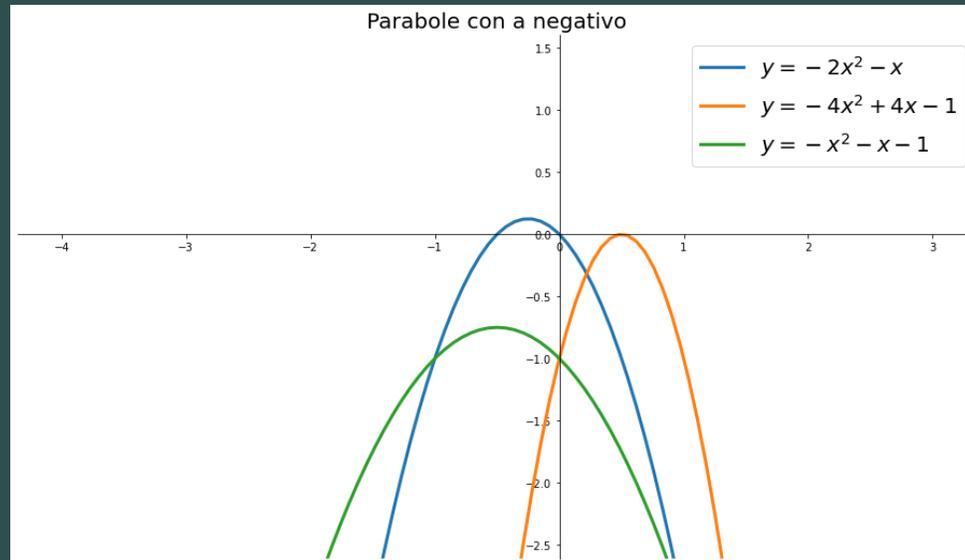
3.  $y = -x^2 - x - 1$

## Soluzione

|              | $y = -2x^2 - x$                            | $y = -4x^2 + 4x - 1$    | $y = -x^2 - x - 1$   |
|--------------|--------------------------------------------|-------------------------|----------------------|
| Segno di $a$ | $a < 0$                                    | $a < 0$                 | $a < 0$              |
| $\Delta$     | $\Delta = 1 > 0$                           | $\Delta = 0$            | $\Delta = -4 < 0$    |
| N. radici    | 2 radici reali                             | 1 radice reale          | Nessuna radice reale |
| Radici       | $x_{1,2} = \left\{0, -\frac{1}{2}\right\}$ | $x_{1,2} = \frac{1}{2}$ | —                    |

# Esempio 3

|              |                                            |                         |                      |
|--------------|--------------------------------------------|-------------------------|----------------------|
|              | $y = -2x^2 - x$                            | $y = -4x^2 + 4x - 1$    | $y = -x^2 - x - 1$   |
| Segno di $a$ | $a < 0$                                    | $a < 0$                 | $a < 0$              |
| $\Delta$     | $\Delta = 1 > 0$                           | $\Delta = 0$            | $\Delta = -4 < 0$    |
| N. radici    | 2 radici reali                             | 1 radice reale          | Nessuna radice reale |
| Radici       | $x_{1,2} = \left\{0, -\frac{1}{2}\right\}$ | $x_{1,2} = \frac{1}{2}$ | —                    |

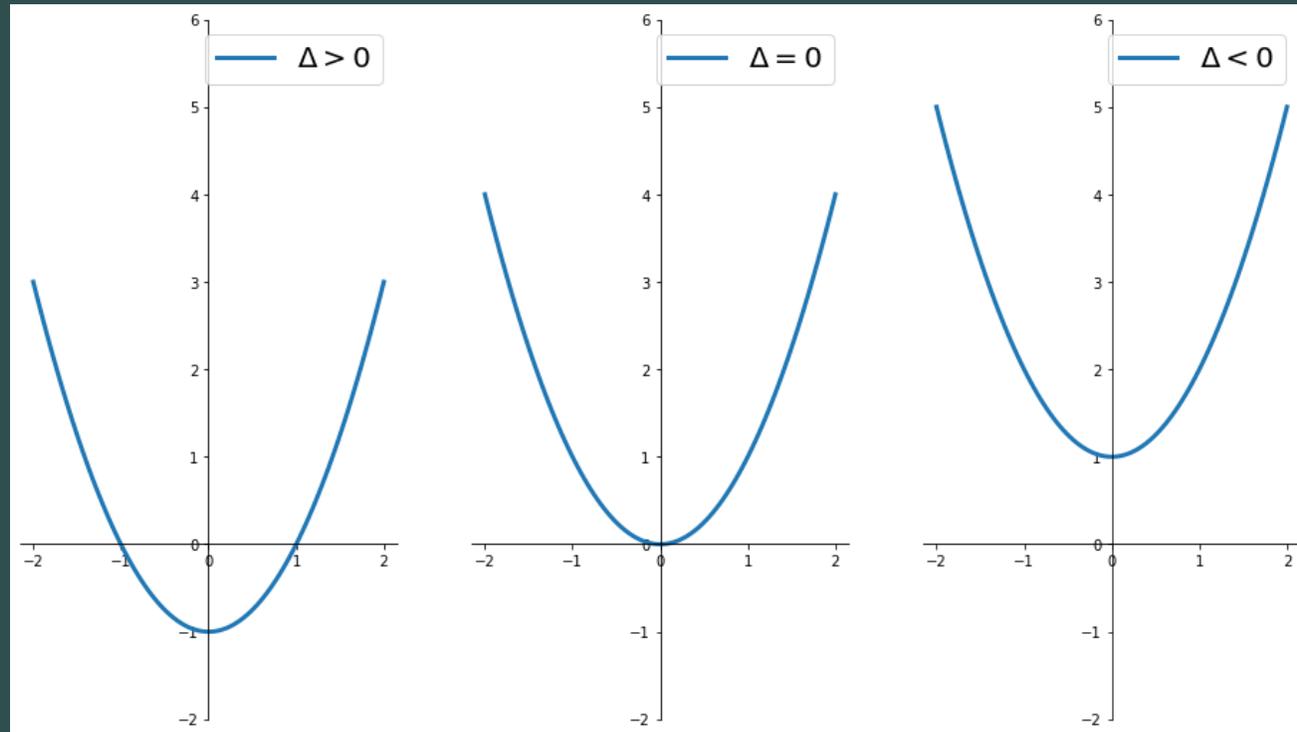


# Funzione positiva / zero / negativa

- **Funzione positiva:** per quali valori della “x” la funzione è positiva  $f(x) > 0$  ovvero sta sopra l’asse “x”
- **Zero di funzione:** per quali valori della “x” la funzione è zero  $f(x) = 0$  ovvero sta sull’asse “x”
- **Funzione negativa:** per quali valori della “x” la funzione è negativa  $f(x) < 0$  ovvero sta sotto l’asse “x”

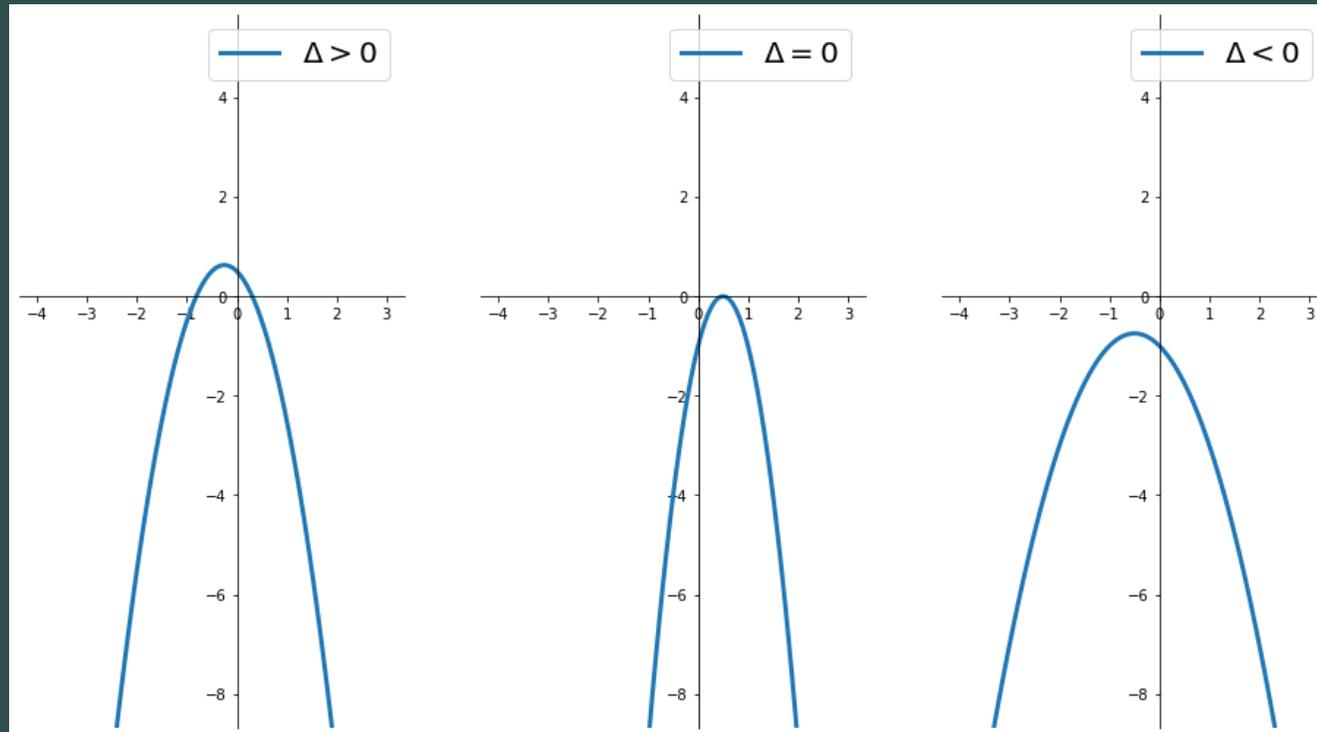
# Segno con $a > 0$

- $\Delta > 0$ : è positiva per valori esterni alle radici
- $\Delta = 0$ : è sempre maggiore o uguale a zero e vale zero nella radice / vertice
- $\Delta < 0$ : è sempre strettamente maggiore di zero

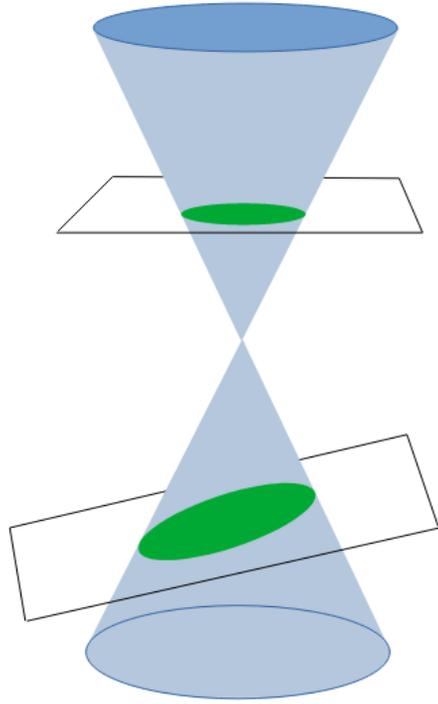


# Segno con $a < 0$

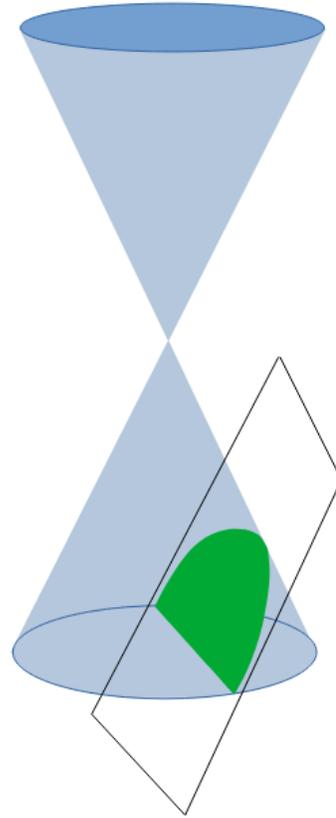
- $\Delta > 0$ : è positiva per valori interni alle radici
- $\Delta = 0$ : è sempre minore o uguale a zero e vale zero nella radice / vertice
- $\Delta < 0$ : è sempre strettamente minore di zero



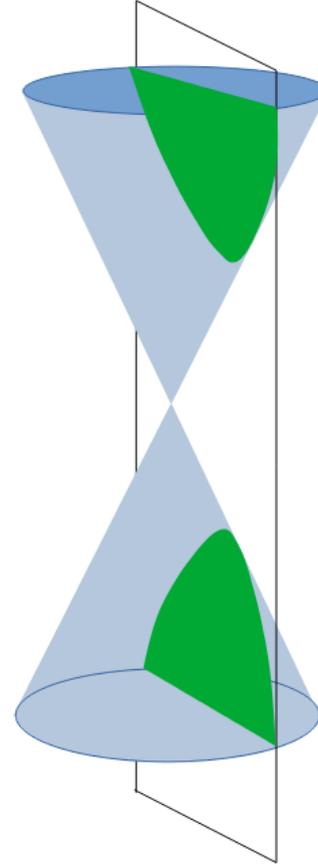
# Curiosità



Cerchio ed ellisse



Parabola



Iperbole



FINE