

Cerchio, Ellisse e Iperbole

(Considerazioni qualitative)

Ripasso di matematica

Manolo Venturin

~~~ 1 ~~~

# Obiettivo (corso Analisi Matematica 1)

- Ripasso sull'equazione del Cerchio
- Ripasso sull'equazione dell'Ellisse
- Ripasso sull'equazione dell'Iperbole / Iperbole equilatera / Iperbole equilatera traslata (funzione omografica)
- Esempi

# Donazione

Se apprezzi le mie slide, considera di fare una donazione per supportare il mio lavoro.

Grazie!



# Il cerchio / circonferenza

Il cerchio, di centro  $C(x_0, y_0)$  e raggio  $r > 0$ , ha equazione

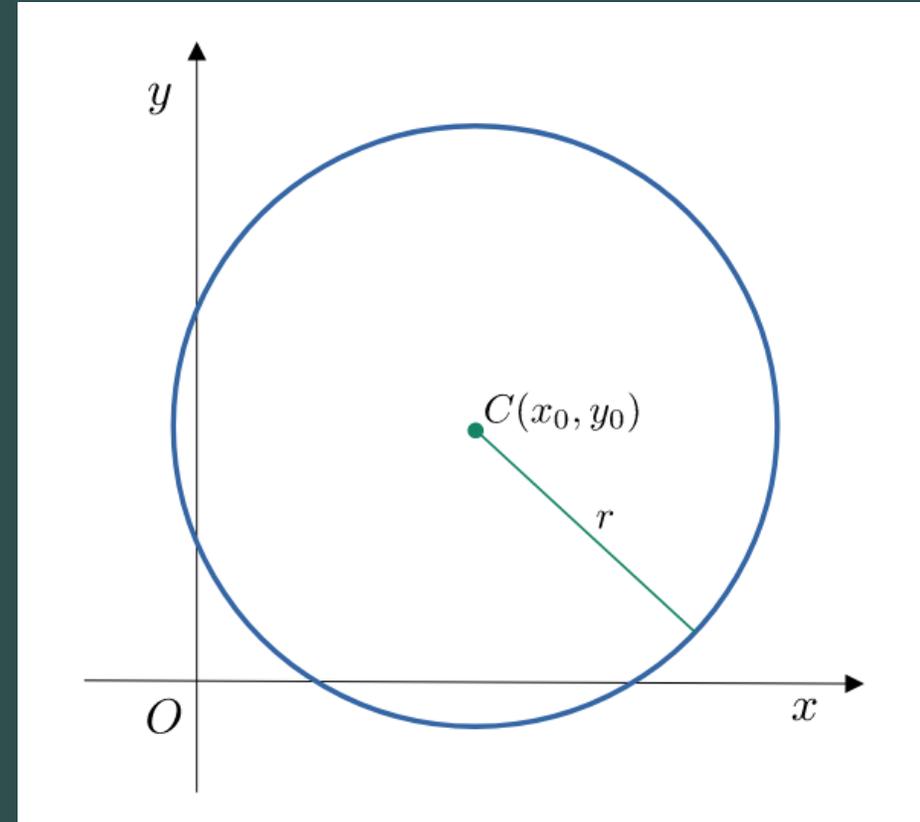
$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

che può essere riscritto nella forma

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

dove

$$a = -2x_0, \quad b = -2y_0, \quad c = x_0^2 + y_0^2 - r^2$$



# Esempio 1

Scrivere l'equazione della circonferenza passante per i punti

$$P_1(2, 1), P_2(0, 1), P_3(0, 3)$$

e individuare il centro e il raggio

## Soluzione

Dobbiamo scrivere le equazione di passaggio della circonferenza per 3 punti

$$\begin{cases} 2^2 + 1^2 + a \cdot 2 + b \cdot 1 + c = 0 \\ 0^2 + 1^2 + a \cdot 0 + b \cdot 1 + c = 0 \\ 0^2 + 3^2 + a \cdot 0 + b \cdot 3 + c = 0 \end{cases} \implies \begin{cases} 2a + b + c = -5 \\ b + c = -1 \\ 3b + c = -9 \end{cases} \implies \begin{cases} a = -2 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases}$$

Quindi

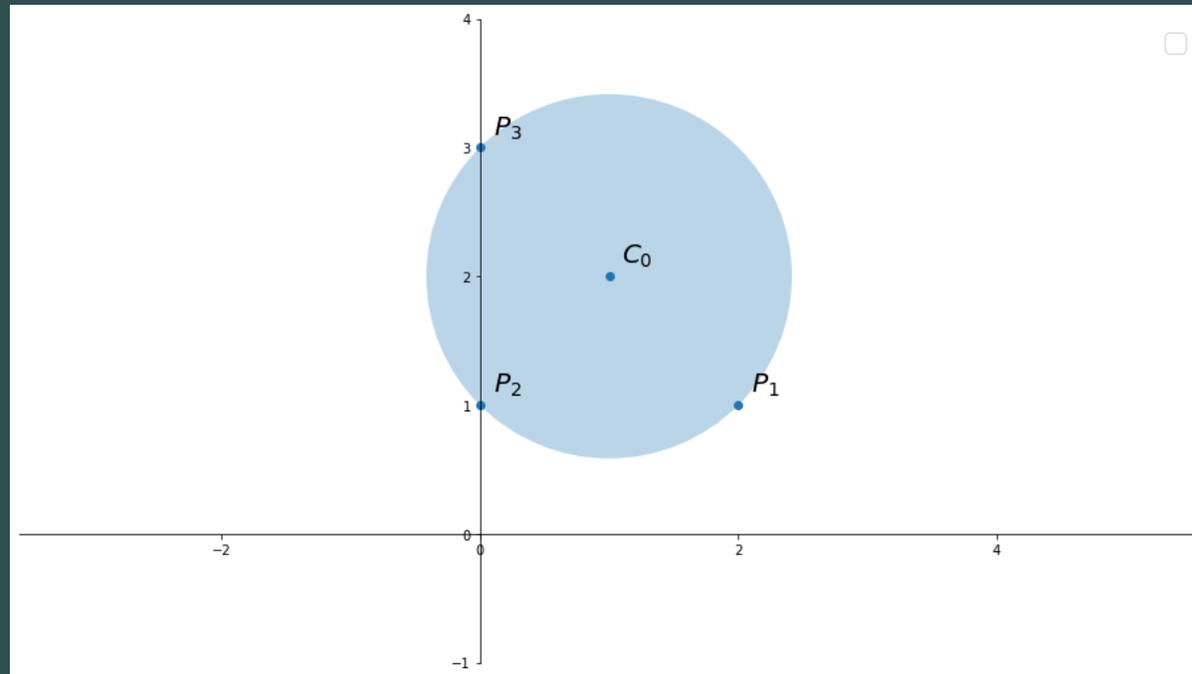
$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$$

# Esempio 1

$$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$$

Esplicitando il centro e il raggio si ha

$$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = (-3 + 1 + 4) \implies (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = (\sqrt{2})^2$$



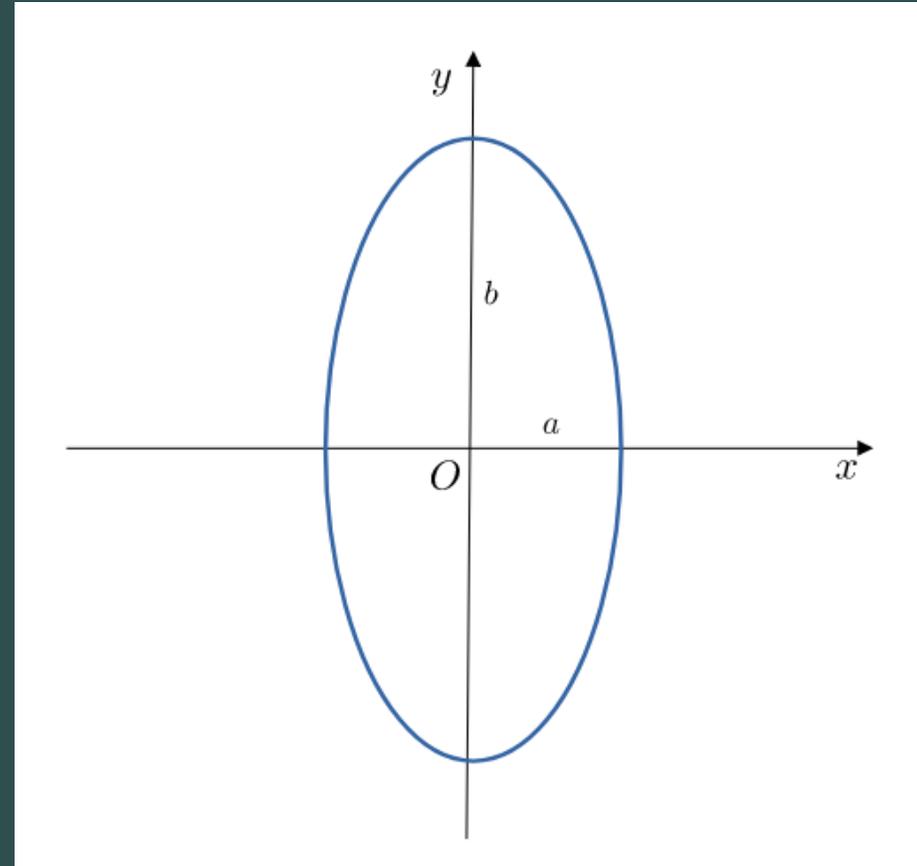
# L'ellisse

L'ellisse centrata nell'origine ha equazione:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

dove

- $2a$  asse lungo "x"
- $2b$  asse lungo "y"



# L'iperbole

L'iperbole centrata nell'origine con asse lungo "y" ha equazione:

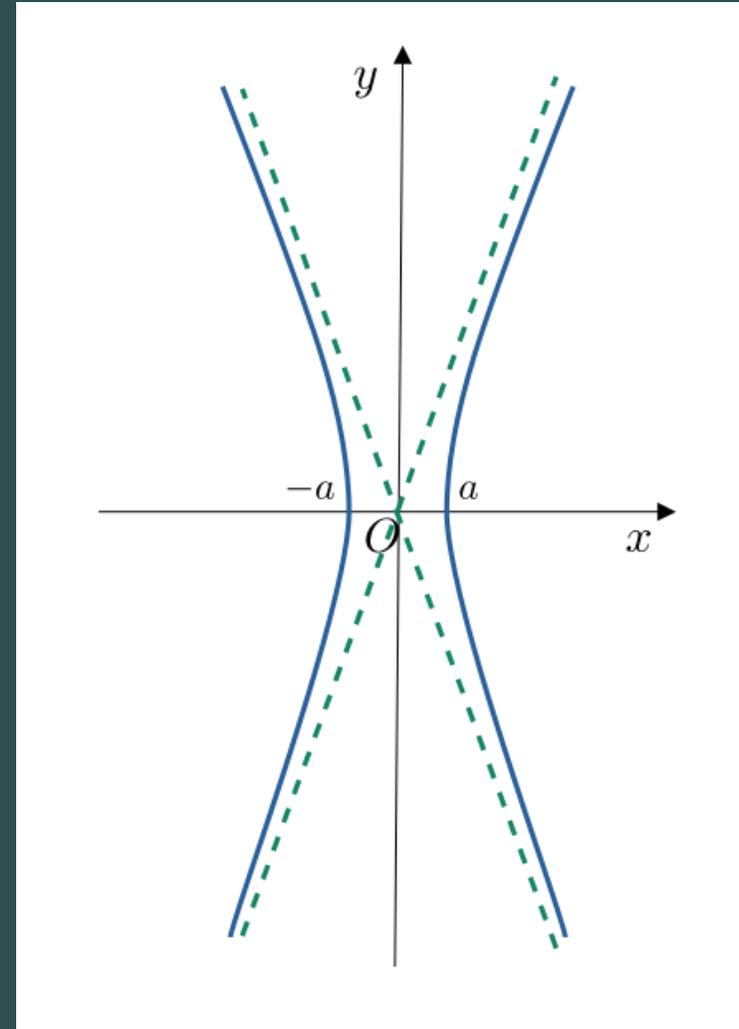
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Gli asintoti dell'iperbole hanno equazione

$$y = \pm \frac{b}{a}x$$

Iperbole con asse lungo "x":

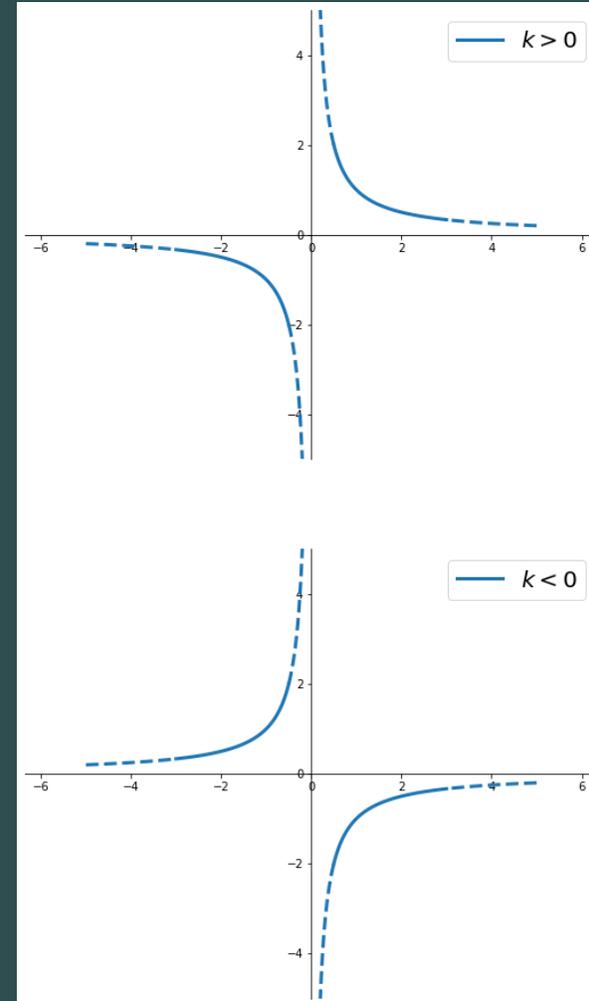
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$$



# Iperbole equilatera

Se gli assi cartesiani coincidono con gli asintoti dell'iperbole abbiamo l'iperbole equilatera con centro in  $(0, 0)$  ed equazione

$$xy = k \iff y = \frac{k}{x}$$



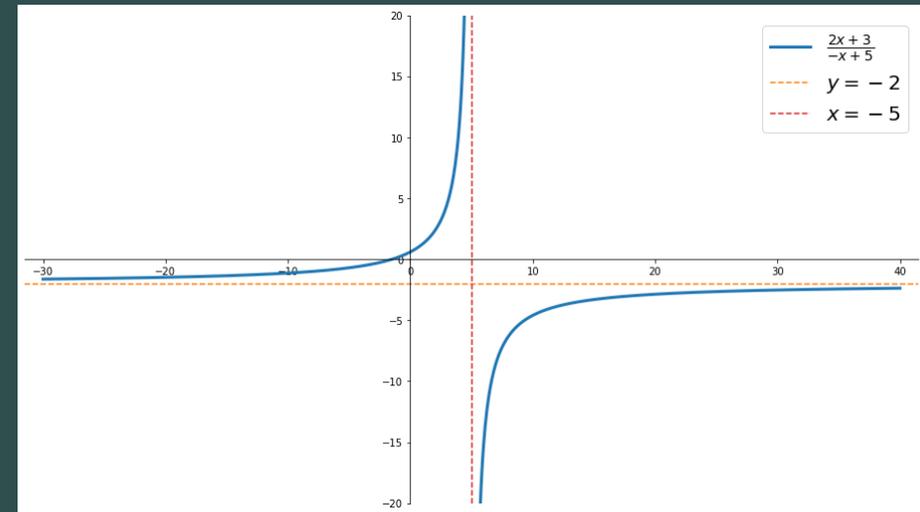
# Iperbole equilatera traslata

L'equazione dell'iperbole equilatera traslata (detta anche **funzione omografica**) è

$$y = \frac{ax + b}{cx + d}$$

Proprietà:

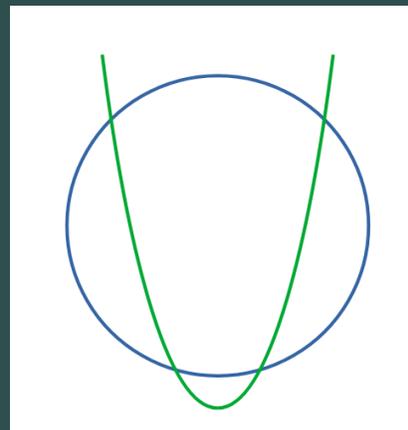
- il centro è:  $O \left( -\frac{d}{c}; \frac{a}{c} \right)$
- asingoto orizzontale:  $x = -\frac{d}{c}$
- asingoto verticale:  $y = \frac{a}{c}$



# Curiosità: Quanti punti di intersezione hanno due curve

**Teorema (Bézout)** Siano  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{D}$  due curve algebriche irriducibili e distinte di grado rispettivamente  $m$  ed  $n$ . Allora l'intersezione di  $\mathcal{C}$  e  $\mathcal{D}$  ha al più  $mn$  punti comuni.

Ad esempio, l'intersezione di una circonferenza (grado 2) con una parabola (grado 2) ha al più  $2 \times 2 = 4$  punti di intersezione.



A close-up profile of a dog's head, likely a Bernese Mountain Dog, with its tongue hanging out. The dog has white fur on its face and chest, with black and brown patches. The background is a grassy area. The entire image is overlaid with a semi-transparent teal filter. The word "FINE" is written in a bold, yellow, sans-serif font across the middle of the dog's face.

FINE